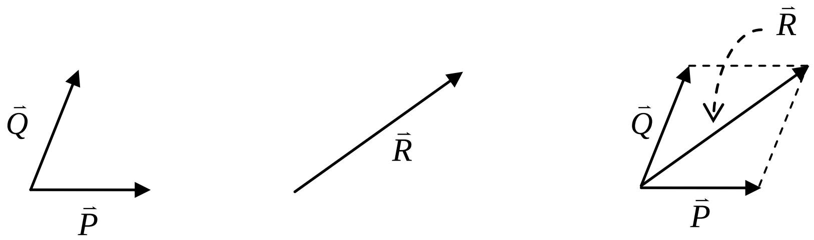
เรื่องเล่าจากครูฟิสิกส์แก่ๆ ตอน 7

การแตกเวกเตอร์ต้องแตกให้ตั้งฉาก

ผศ.ดร.ธีระพันธุ์ สันติเทวกุล 31 พฤษภาคม 2556

ในเรื่องเล่าตอน 4 ผมเคยเล่ามาแล้วว่าเคยเข้าใจการแตกเวกเตอร์คลาดเคลื่อน ในตอน 7 นี้จะเล่าให้ผู้อ่านฟังว่าเรื่องราวมันเป็นอย่างไร

ก่อนอื่นเราจะดูการบวกเวกเตอร์กันก่อน



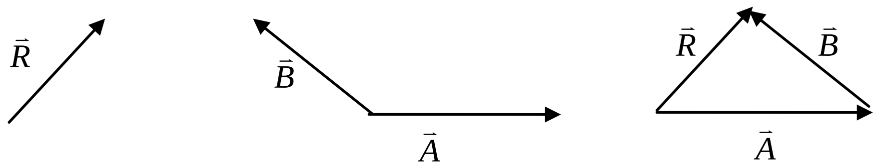
(a) (b) (c)

รูปที่1 a. มีเวกเตอร์ $\vec{P}$ และ $\vec{Q}$ b.ผลของมันเท่ากับการมีเวกเตอร์ $\vec{R}$

c. โดย $\vec{R}$ มาจากการบวกแบบสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ตัวอย่างของรูปที่ 1 เช่นแรง $\vec{P}$ และ $\vec{Q}$ กระทำต่อวัตถุหนึ่ง ความเร่งของวัตถุนั้นเท่ากับเมื่อวัตถุถูกกระทำด้วยแรง $\vec{R}$

คำถามคือ ถ้ามีเวกเตอร์ $\vec{R}$ ดังรูป 2 a เราจะแตกเวกเตอร์ $\vec{R}$ ให้เป็นเวกเตอร์ $\vec{A}$ กับ $\vec{B}$ ดังรูป 2b ได้หรือไม่ โดยถ้าบวกแบบสี่เหลี่ยมด้านขนานแล้ว $\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}$ ดังรูป 2c



รูปที่ 2 (a) (b) (c)

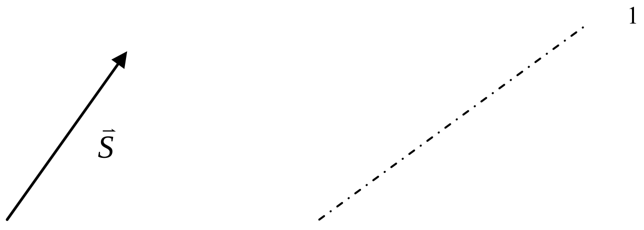
ถ้าคิดเผินๆ ดูเหมือนว่ามันน่าจะได้ เพราะถ้าบวก $\vec{A}$ กับ $\vec{B}$ มันก็กลับไปเป็น $\vec{R}$ เหมือนเดิม การหา dot หรือ cross product กับเวกเตอร์อื่น ก่อนแตกเวกเตอร์หรือหลังแตกเวกเตอร์ก็เท่ากัน (ดูสมการ 1 และ 3 ของเรื่องเล่าตอน 5) ดังนั้นการแตก $\vec{R}$ ออกเป็น $\vec{A}$ กับ $\vec{B}$ ก็น่าจะทำได้ ซึ่งผมก็เคยคิดเช่นนี้ แต่ว่าช้าก่อน เราลองถามตัวเองก่อนว่า เราแตกเวกเตอร์ไปทำไม ?

เราแตกเวกเตอร์เพื่อให้ปัญหาใน 2 หรือ 3 มิติ กลายไปเป็นปัญหาใน 1 มิติ

แล้วทำไมต้องเป็น 1 มิติ ? มันมีข้อดีอย่างไร ?

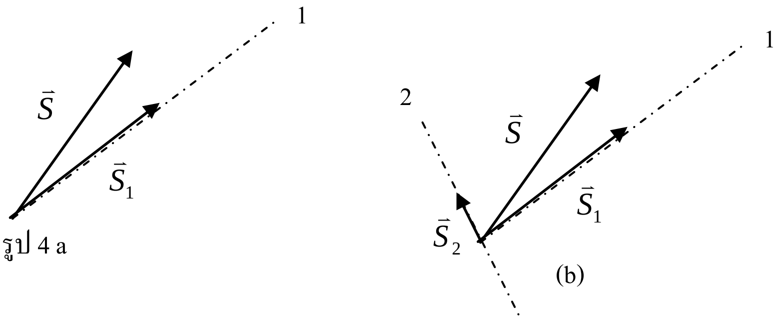
ใน 1 มิติ ทิศที่เป็นไปได้จะมีเพียง 2 ทิศเท่านั้น เช่นชี้ไปทางซ้ายกับชี้ไปทางขวา หรือชี้ขึ้นกับชี้ลง การบวกลบเวกเตอร์จึงกลายไปเป็นการบวกลบทางพีชคณิตง่ายๆ

หลังจากรู้เหตุผลของการแตกเวกเตอร์แล้ว คราวนี้เราลองมาลำดับขั้นตอนของการแตกเวกเตอร์ดู ขั้นแรกแนวทิศเริ่มต้นที่เลือกอาจเป็นแนวทิศใดก็ได้ ตัวอย่างใน 2 มิติเช่นเวกเตอร์ $\vec{S}$ ในรูป 3a โดยสมมติว่าแนวทิศเริ่มต้นที่เราสนใจคือแนว 1 ในรูป 3b



รูป 3 a (b)

ในเรื่องเล่าตอน 6 ได้กล่าวมาแล้วว่า องค์ประกอบของ $\vec{S}$ ในแนว 1 เงาของ $\vec{S}$ ในแนวนี้ ก็คือ $\vec{S}_1$ ในรูป 4 a ซึ่งจะสั้นหรือยาวกว่านี้ไม่ได้



รูป 4 a (b)

คำถามต่อไปคือ อีกองค์ประกอบหนึ่งของ $\vec{S}$ จะอยู่ในแนวทิศไหน ? ยาวเท่าใด ? โดยที่เมื่อบวกกันกับ $\vec{S}_1$ แบบสี่เหลี่ยมด้านขนานแล้ว จะได้ $\vec{S}$

ลองคิดดูจะเห็นว่าแนวมีแนวเดียวเท่านั้น คือแนว 2 ซึ่งต้องตั้งฉากกับแนว 1 และความยาวจะต้องเท่ากับเงาของ $\vec{S}$ ในแนว 2 จะสั้นหรือยาวกว่านี้ไม่ได้ ก็คือ $\vec{S}_2$ ในรูป 4b นั่นเอง

ย้อนไปดูรูปที่ 2 ถามว่าถ้าแตก $\bar{R}$ มาในแนวนอนนี้แล้วให้เท่ากับ $\bar{A}$ ในรูป 2b จะได้หรือไม่ ? จะเห็นว่าในแนวนอนนั้นอิทธิพลของ $\bar{R}$ ไม่เท่ากับ $\bar{A}$ เพราะยังมีองค์ประกอบของ $\bar{B}$ ในแนวนอนเช่นกัน (โปรดสังเกตนะครับว่า ผมตั้งใจเขียนรูปให้ $\bar{A}$ ยาวกว่า $\bar{R}$) การแตกแบบนี้จึงไม่มีความหมายทางฟิสิกส์ ก็คือมันไม่มีประโยชน์สำหรับฟิสิกส์นั่นแหละครับ ซึ่งเราอาจพูดสั้นๆได้ว่า inverse ของการบวกเวกเตอร์ไม่เป็นจริงทางฟิสิกส์ เพราะการแตกเวกเตอร์ต้อง

แตกให้ตั้งฉากกัน เพื่อไม่ให้มีองค์ประกอบของเวกเตอร์ย่อยหนึ่งในแนวของเวกเตอร์ย่อยอื่น โดยขนาดในแต่ละแนวเท่ากับเงาของเวกเตอร์ในแนวนั้น ในกรณีของ 3 มิติ ก็เช่นกัน ซึ่งก็คือการแตกเวกเตอร์ให้อยู่ในพิกัดฉากที่เราคุ้นเคยดีนั่นเอง